

Beschleunigte Bewegungen

Bewegungs-Diagramme

$a(t)$, $v(t)$ und $s(t)$

Stand: 3. 10. 2021

FRIEDRICH W. BUCKEL

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK
UND STUDIUM

www.mathe-cd.de

Vorwort

In der Schulphysik behandelt man ausführlich gleichförmige und gleichmäßig beschleunigte Bewegungen. Man kann dann verschiedene Bewegungsabläufe nacheinander ausführen.

Mit versetzten Zeitpunkten und Standorten zu rechnen fällt Schülern nicht leicht.

Man sollte dann auch Bewegungsdiagramme erstellen und lesen können.

Dies wird hier an einigen Beispielen geübt.

Ich rechne zur Vereinfachung stets mit $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Wer lieber mit $9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ arbeiten möchte, kann ja umrechnen. Wichtiger als diese Zahlenspiele sind mir die Methoden, wie man später einsetzende Bewegungen berechnen kann ...

Texte und Übungen zu gleichförmigen Bewegungen findet im Text 12185 „Bewegungs algebra“,

Inhalt

1	Grundlagen (gleichförmige und gleichmäßig beschleunigte Bewegungen)	3
2	Gleichmäßig beschleunigte Bewegungen mit verschiedenen Startoptionen	5
3	Beispiele mit Diagrammen	7

1. Grundlagen

Man behandelt im Unterricht zweierlei Bewegungsarten:

1.1 Die gleichförmige Bewegung:

Die werden in gleichen Zeitspannen die gleichen Strecken zurückgelegt.

Also ist $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ konstant. Man nennt diesen Bruch die Geschwindigkeit.

Wenn also $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ ist für alle Zeitspannen, dann gilt das auch für das Intervall $[0; t]$,

mit $s(0) = 0$ und $v(t) = v$ d. h. $v = \frac{s}{t}$ bzw. $s = v \cdot t$

Wenn beispielsweise $v = \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ist, dann gilt $s(t) = \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t$

Das s-t-Diagramm ist das Schaubild der Weg-Zeit-Funktion: $s(t) = \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t$

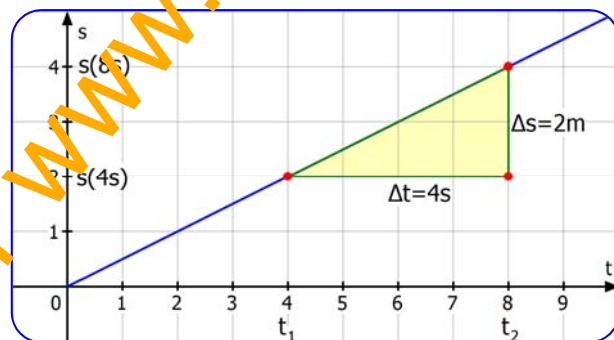
Eingezeichnet ist auch noch ein Steigungsdreieck, dessen Steigung die Geschwindigkeit ist:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\text{m}}{4\text{s}} = \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 8\text{s} - 4\text{s} = 4\text{s}$$

ist die Zeitspanne der Messung,

$\Delta s = s(8\text{s}) - s(4\text{s}) = 4\text{m} - 2\text{m}$ ist die Länge der Teststrecke.

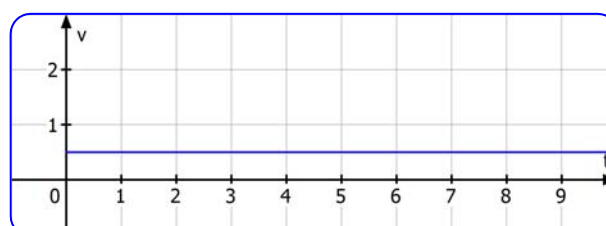


Zur Unterscheidung: t und s sind Koordinaten, also Zeitpunkte und Wegmarken (Stellen).

Aber Δt ist eine Zeitspanne und Δs eine Wegstrecke. Bitte auseinanderhalten!

Das v-t-Diagramm ist das Schaubild der Geschwindigkeits-Zeit-Funktion: $v(t) = \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Diese ist bei der gleichförmigen Bewegung eine konstante Funktion, das Schaubild ist also eine Parallele zur t-Achse:



1.2 Die gleichmäßig beschleunigte Bewegung

Bei ihr nimmt die Geschwindigkeit in gleichen Zeitspannen um den gleichen Betrag zu:

Dann ist $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ konstant. Man nennt diesen Quotienten Beschleunigung. Sie hat die Einheit $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

also Zunahme der Geschwindigkeit in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ pro Sekunde!

Das Schaubild der v-t-Funktion hat also konstante Steigung und ist somit eine Gerade. gerichtet die Bewegung aus der Ruhe heraus, liegt eine Ursprungsgerade vor: $v(t) = a \cdot t$

Man kann beweisen, dass die Weg-Zeit-Funktion quadratisch ist:

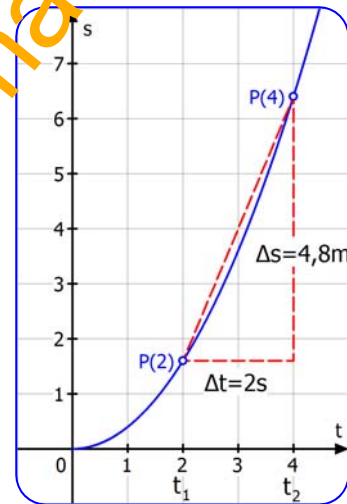
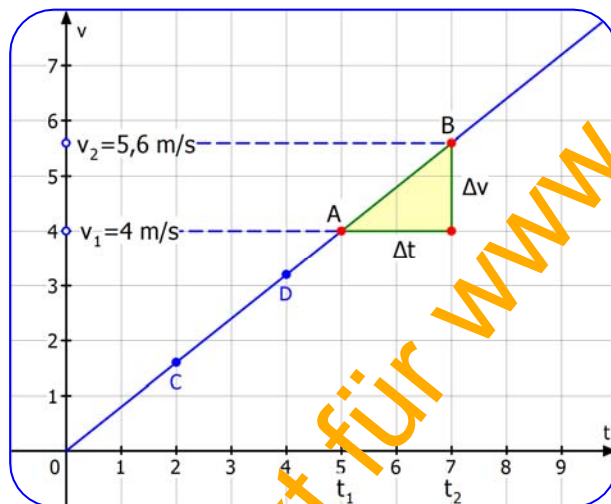
$$s(t) = \frac{1}{2} a t^2$$

Beispiel: $a = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, also Geschwindigkeit -Zeit-Funktion:

$$v(t) = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t$$

Dazu gehört diese Weg-Zeit-Funktion:

$$s(t) = 0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t^2$$



Die Steigung des Dreiecks im s-t-Diagramm gibt die Durchschnitts-Geschwindigkeit an:

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{4,8\text{m}}{2\text{s}} = 2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

während die Momentangeschwindigkeiten sind:

$$v(2\text{s}) = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2\text{s} = 1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v(4\text{s}) = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4\text{s} = 3,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Siehe v-t-Diagramm).

2. Gleichmäßig beschleunigte Bewegungen mit verschiedenen Startoptionen

Die einfachste Startoption liegt dann vor, wenn eine Bewegung so beginnt:

Zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet sich das Fahrzeug an der Stelle $s(0s) = 0$ und hat die Geschwindigkeit $v(0s) = 0$. Das ist die **Standardsituation A**.

Die Bewegungsgleichungen dazu lauten $\begin{cases} v(t) = a \cdot t \\ s(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \end{cases}$

Man beachte, dass t , s und v Momentanwerte sind, also Bewegungs-Koordinaten, also Zeitpunkt, Stelle bzw. Wegmarke und Momentan-Geschwindigkeit.

Im Gegensatz dazu bezeichnet man mit einer Zeitspanne mit $\Delta t = t_2 - t_1$

eine Wegstrecke mit $\Delta s = s(t_2) - s(t_1) = s_2 - s_1$ und mit

$\Delta v = v(t_2) - v(t_1) = v_2 - v_1$ eine Geschwindigkeitsänderung.

Beispiel: Nach $t = 3s$ befindet sich das Fahrzeug an der Stelle $s(3s) = \frac{1}{2} \cdot 4 \frac{m}{s^2} \cdot (3s)^2 = 18m$ und hat dort die Momentangeschwindigkeit $v(3s) = 4 \frac{m}{s^2} \cdot 3s = 12 \frac{m}{s}$.

Eine **Situation B** liegt vor, wenn das Fahrzeug mit einem Vorsprung startet, also z. B. an der Stelle $s_1 = 6m$. Dann muss man die Wegstrecke $6m$ in der Weg-Zeit-Formel dazu addieren.

Formel: $\begin{cases} v(t) = a \cdot t \\ s(t) = s_1 + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \end{cases}$

Beispiel: $s(t) = 6m + \frac{1}{2} \cdot 4 \frac{m}{s^2} \cdot t^2$:

Zum Zeitpunkt $3s$ befindet sich dann das Fahrzeug an der Stelle

$$s(3s) = 6m + \frac{1}{2} \cdot 4 \frac{m}{s^2} \cdot (3s)^2 = 6m + 18m = 24m$$

Eine **Situation C** liegt vor, wenn das Fahrzeug mit einer Anfangsgeschwindigkeit startet, also z. B. an der Stelle $s = 0$ mit $v_o = v(0) = 5 \frac{m}{s}$. Dann muss man deren Anteil dazu addieren.

Formel: $\begin{cases} v(t) = v_o + a \cdot t \\ s(t) = v_o \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \end{cases}$

$v_o \cdot t$ ist die zurückgelegte Wegstrecke durch die Anfangsgeschwindigkeit, zu der dann die Strecke kommt, die durch die Beschleunigung entsteht.

Beispiel: $\begin{cases} v(t) = 5 \frac{m}{s} + 4 \frac{m}{s^2} \cdot t \\ s(t) = 5 \frac{m}{s} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 4 \frac{m}{s^2} \cdot t^2 \end{cases} : \quad \begin{cases} v(3s) = 5 \frac{m}{s} + 4 \frac{m}{s^2} \cdot 3s = 17 \frac{m}{s} \\ s(3s) = 5 \frac{m}{s} \cdot 3s + \frac{1}{2} \cdot 4 \frac{m}{s^2} \cdot (3s)^2 = 33m \end{cases}$

Man kann die **Situationen B und C überlagern**. Das ist dann der Fall, wenn das Fahrzeug einen Vorsprung von z. B. $s_1 = 6\text{m}$ hat und dort mit einer Anfangsgeschwindigkeit von z.B.

$v_o = v(0) = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ startet. Dann sehen die Bewegungsgleichungen so aus:

$$\left\{ \begin{array}{l} v(t) = v_o + a \cdot t \\ s(t) = s_1 + v_o \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \end{array} \right\}$$

Beispiel:

$$\left\{ \begin{array}{l} v(t) = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t \\ s(t) = 6\text{m} + 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 \end{array} \right\}$$

Zum Zeitpunkt $t = 3\text{s}$ hat dann das Fahrzeug diese Geschwindigkeit:

$$v(3\text{s}) = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3\text{s} = 17 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

und befindet sich an dieser Stelle:

$$s(3\text{s}) = 6\text{m} + 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3\text{s} + \frac{1}{2} \cdot 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (3\text{s})^2 = 6\text{m} + 15\text{m} + 18\text{m} = 39\text{m}$$

Eine **Situation D** liegt vor, wenn das Fahrzeug später startet, also z. B. zum Zeitpunkt $t_1 = 10\text{s}$

Die **Fahrzeit** erhält man dann durch Subtraktion dieser Zeit:

Beispiel: Start bei $s(0\text{s}) = 0$ mit $v(0\text{s}) = 0$ zum Zeitpunkt $t_1 = 10\text{s}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} v(t) = a \cdot (t - 10\text{s}) \\ s(t) = \frac{1}{2} a \cdot (t - 10\text{s})^2 \end{array} \right\} \quad \text{für } t \geq 10\text{s}$$

Zum Zeitpunkt $t = 12\text{s}$ hat dann das Fahrzeug diese Geschwindigkeit:

$$v(12\text{s}) = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \underbrace{(12\text{s} - 10\text{s})}_{\Delta t = 2\text{s}} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

und befindet sich an dieser Stelle:

$$s(12\text{s}) = \frac{1}{2} \cdot 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \underbrace{(12\text{s} - 10\text{s})^2}_{\Delta t = 2\text{s}} = 8\text{m}$$

Man kann alle **Situationen überlagern**. Zum Beispiel, wenn das Fahrzeug einen Vorsprung von z. B.

$s_1 = 6\text{m}$ hat und dort mit einer Anfangsgeschwindigkeit von z.B. $v_o = v(0) = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ startet, aber erst nach $t_1 = 10\text{s}$. Dann sehen die Bewegungsgleichungen so aus:

$$\left\{ \begin{array}{l} v(t) = v_o + a \cdot (t - 10\text{s}) \\ s(t) = s_1 + v_o \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot (t - 10\text{s})^2 \end{array} \right\} \quad \text{Für } t = 12\text{s} \text{ ergibt das:}$$

$$v(12\text{s}) = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \underbrace{(12\text{s} - 10\text{s})}_{\Delta t = 2\text{s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 13 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$s(12\text{s}) = 6\text{m} + 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \underbrace{(12\text{s} - 10\text{s})}_{\Delta t = 2\text{s}} + \frac{1}{2} \cdot 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \underbrace{(12\text{s} - 10\text{s})^2}_{\Delta t = 2\text{s}} = 6\text{m} + 10\text{m} + 8\text{m} = 24\text{m}$$

3. Beispiele

Beispiel 1:

Ein Fahrzeug bewegt sich 4 s lang gleichförmig mit $v_0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Dann wird es mit $a = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ **abgebremst** bis es hält.

Hier liegt eine zusammengesetzte Bewegung vor:

1. Teilbewegung:

Von $t = 0$ bis $t = 4 \text{ s}$ gleichförmig mit $v_0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

s-t-Funktion: $s(t) = v_0 \cdot t = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t$

Position nach 4 s: $s(4\text{s}) = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4\text{s} = 8\text{m}$

2. Teilbewegung:

Nun wird abgebremst. Wenn eine konstante Bremskraft wirkt, ist das wie eine beschleunigte Bewegung entgegen der Bewegungsrichtung. Sie überlagert sich mit der 1. Teilbewegung:

v-t-Funktion:

$$v(t) = v_0 - a \cdot t \quad \text{also} \quad v(t) = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t$$

Jedoch soll dies erst ab der 4. Sekunde gelten.

Also ersetzt man t durch $(t - 4\text{s})$. Dazu die Anfangsgeschwindigkeit:

$$v(t) = v_0 - a \cdot (t - t_1) \quad \text{also} \quad v(t) = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (t - 4\text{s})$$

$$\text{Für } t = 4 \text{ ist } v(4\text{s}) = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}:$$

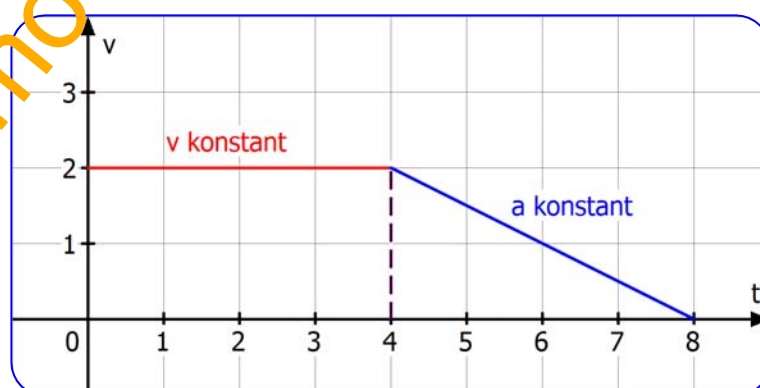
$$\text{Dann: } v(5\text{s}) = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1\text{s} = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v(6\text{s}) = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v(7\text{s}) = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3\text{s} = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v(8\text{s}) = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4\text{s} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \text{ Jetzt hält das Fahrzeug!}$$

Hier das v-t-Diagramm:



s-t-Funktion: $s(t) = v_0 \frac{m}{s} \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$ berechnet den Weg der beschleunigten Bewegung ab der Sekunde $t = 0$. Da erst ab $t = 4$ gebremst wird, subtrahiert man 4 s:

$$s(t) = v_0 \frac{m}{s} \cdot (t - 4s) - \frac{1}{2} a (t - 4s)^2. \quad (\text{oder man verwendet } a = -0,25 \frac{m}{s^2}).$$

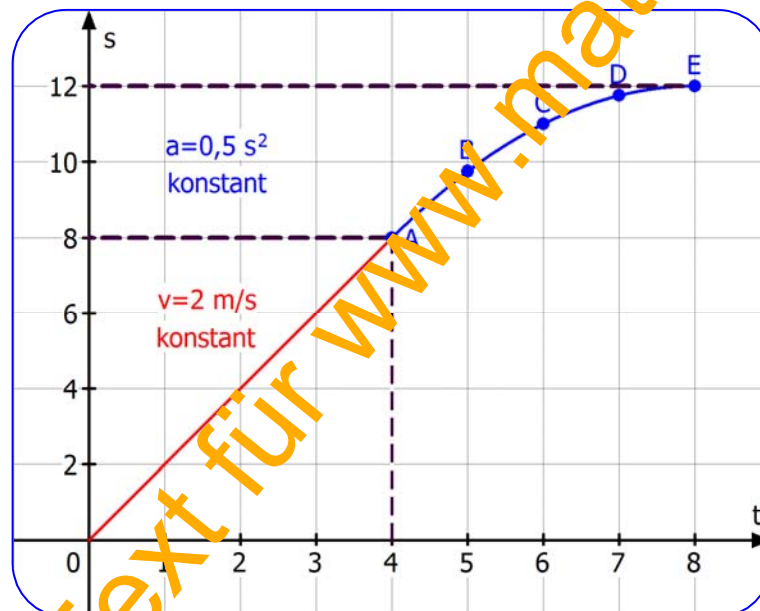
Das wäre richtig, wenn die Bremsbewegung am $s = 0$ beginnen würde.

Da das Fahrzeug aber ab $t = 4s$ bereits an der Wegmarke $s_1 = 8m$ angekommen ist, muss man dies noch addieren:

$$s(t) = v_0 \frac{m}{s} \cdot (t - 4s) - \frac{1}{2} a (t - 4s)^2 + s_1.$$

Mit Zahlen: $s(t) = 8m + 2 \frac{m}{s} \cdot (t - 4s) - 0,25 \frac{m}{s^2} \cdot (t - 4s)^2$

Hier das s-t-Diagramm:



In E hat die s-t-Parabel eine horizontale Tangente, denn dort ist $v(8s) = 0$, s. h. es gibt im Haltepunkt keinen Wegzuwachs mehr!

Ich habe 5 Zustandspunkte eingetragen:

A(4s | 8m), B(5s | 9,75m), C(6s | 11m), D(7s | 11,75m), E(8s | 12m)

Beispiel 2:

Ein Körper der Masse $m = 200 \text{ g}$ liegt am unteren Ende einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel $\alpha = 30^\circ$.

Er wird durch einen Stoß in eine Aufwärtsbewegung versetzt.

Er beginnt unten (im Punkt A) mit der Anfangsgeschwindigkeit

$v_A = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und gleitet reibungsfrei hinauf.

Er hält oben im Punkt B und gleitet wieder hinunter bis A.

**1. Teilbewegung (aufwärts):**

Die Hangabtriebskraft $H = G \cdot \sin \alpha = m \cdot g \cdot \sin \alpha$ bremst mit der konstanten

Bremsverzögerung $a_1 = \frac{H}{m} = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha}{m} = g \cdot \sin \alpha = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{2} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Bewegungsgleichungen:

$$v(t) = v_A - a_1 \cdot t$$

Mit Zahlen:

$$v(t) = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t$$

$$s(t) = v_A \cdot t - \frac{1}{2} a_1 \cdot t^2$$

$$s(t) = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t - 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

Der Körper kommt oben zum Halten, wenn $v(t) = 0$ ist, also nach $t_2 = \frac{8}{5} \text{ s} = 1,6 \text{ s}$

Er hat dann $s(1,6 \text{ s}) = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,6 \text{ s} - 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,6^2 \text{ s}^2 = 6,4 \text{ m}$ aufwärts zurückgelegt.

2. Teilbewegung (abwärts):

Die Hangabtriebskraft $H = G \cdot \sin \alpha = m \cdot g \cdot \sin \alpha$ beschleunigt jetzt.

Da von Reibung abgesehen werden soll, bewirkt H eine Beschleunigung von $a_2 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Oben wird in Ruhe gestartet, also gilt: $v(t) = a_2 \cdot t$ und $s = \frac{1}{2} a_2 t^2$.

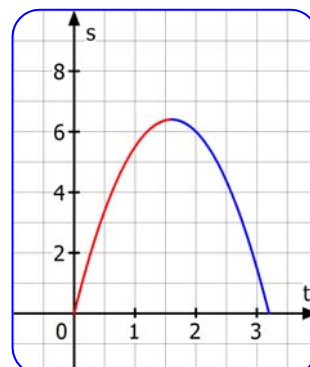
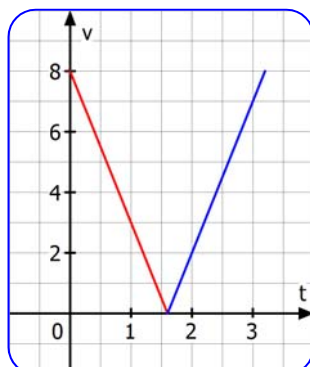
Da dies aber erst ab $t_2 = 1,6 \text{ s}$ gilt, muss man diese Zeit wieder subtrahieren

$$v(t) = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (t - 1,6 \text{ s})$$

und

$$s(t) = 6,4 \text{ m} - 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (t - 1,6 \text{ s})^2$$

wobei die Abwärtsbewegung für $t = 1,6 \text{ s}$ bei $6,4 \text{ m}$ beginnt.



Beispiel 3:

Ein Körper der Masse $m = 200 \text{ g}$ liegt am unteren Ende einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel $\alpha = 30^\circ$.
 Er wird durch einen Stoß in eine Aufwärtsbewegung versetzt.
 Er beginnt unten (im Punkt A) mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_A = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und gleitet mit Reibung ($f = 0,2$) hinauf.
 Er hält oben im Punkt B und gleitet wieder hinunter bis A.

**1. Teilbewegung (aufwärts):**

Die Hangabtriebskraft $H = G \cdot \sin \alpha = m \cdot g \cdot \sin \alpha$ und die Gleitreibungskraft

$R = f \cdot N = f \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$ bremsen mit der konstanten Bremsverzögerung

$$a_1 = \frac{H+R}{m} = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha + f \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha}{m} = g \cdot (\sin \alpha + f \cdot \cos \alpha) \approx 6,73 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Bewegungsgleichungen:

$$v(t) = v_A - a_1 \cdot t$$

Mit Zahlen:

$$v(t) = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 6,73 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t$$

$$s(t) = v_A \cdot t - \frac{1}{2} a_1 \cdot t^2$$

$$s(t) = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t - 3,37 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

Der Körper kommt oben zum Halten, wenn $v(t) = 0$ ist, also nach $t_2 = \frac{8}{6,73} \text{ s} = 1,19 \text{ s}$

Er hat dann $s(1,19 \text{ s}) = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,19 \text{ s} - 3,37 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,19^2 \text{ s}^2 = 4,75 \text{ m} = \overline{AB}$ aufwärts zurückgelegt.

2. Teilbewegung (abwärts):

Die Hangabtriebskraft $H = G \cdot \sin \alpha = m \cdot g \cdot \sin \alpha$ beschleunigt jetzt, die Gleitreibung brems.

$$\text{Beschleunigung } a_2 = \frac{H-R}{m} = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha - f \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha}{m} = g \cdot (\sin \alpha - f \cdot \cos \alpha) \approx 3,27 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Oben wird in Ruhe gestartet, also gilt: $v(t) = a_2 \cdot t$ und $s = \frac{1}{2} a_2 t^2$.

Da dies aber erst ab $t_2 = 1,19 \text{ s}$ gilt, muss man diese Zeit wieder subtrahieren

$$v(t) = 3,27 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (t - 1,19 \text{ s})$$

und

$$s(t) = 4,75 \text{ m} - 1,63 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (t - 1,19 \text{ s})^2$$

wobei die Abwärtsbewegung nach $t = 1,19 \text{ s}$ beginnt.

Da die Abwärtsbewegung aus dem Halten heraus beschleunigt wird, kann man die

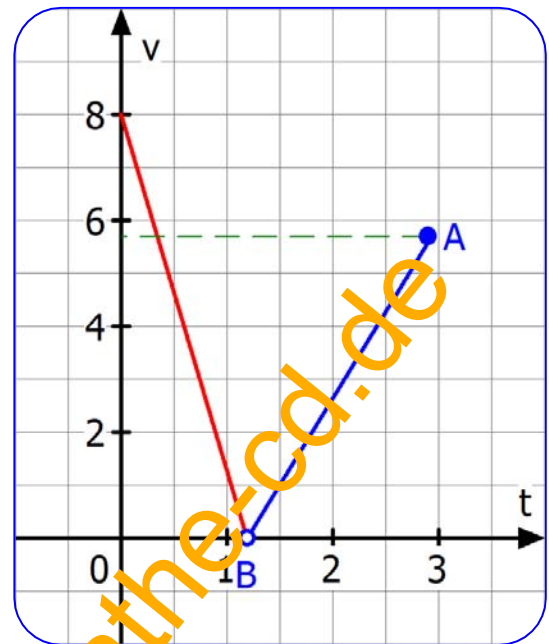
Geschwindigkeit in B auch so berechnen: $v_B = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \cdot 3,27 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4,75 \text{ m}} = 5,57 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Und gemäß $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{5,57 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3,27 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1,70 \text{ s}$:

Also kommt der Körper in A zum Zeitpunkt $t_3 = t_2 + \Delta t = 1,19 \text{ s} + 1,70 \text{ s} = 2,89 \text{ s}$ wieder an.

Diagramme:

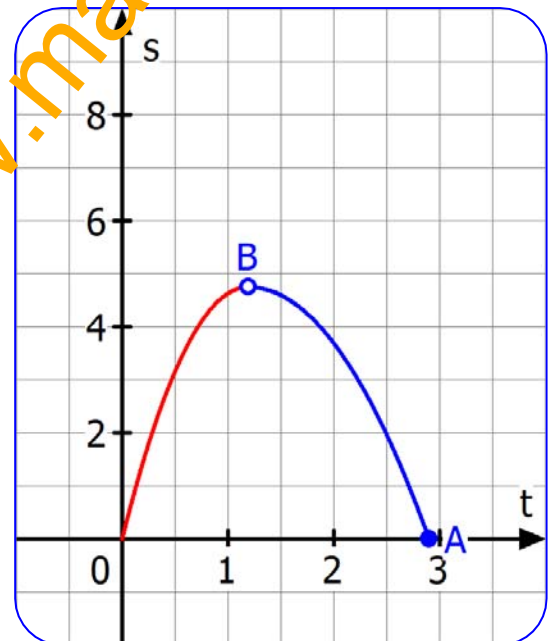
$$v(t) = \begin{cases} 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 6,73 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t & \text{für } 0 \leq t \leq 1,19 \text{ s} \\ 3,27 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (t - 1,19 \text{ s}) & \text{für } 1,19 \text{ s} \leq t \leq 2,89 \text{ s} \end{cases}$$



$$s(t) = \begin{cases} 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t - 3,37 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 & \text{für } 0 \leq t \leq 1,19 \text{ s} \\ 4,75 \text{ m} - 1,63 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (t - 1,19 \text{ s})^2 & \text{für } 1,19 \text{ s} \leq t \leq 2,89 \text{ s} \end{cases}$$

Diese Kurve ist nicht mehr symmetrisch:

Weil die Reibung in beiden Bewegungsrichtungen wirkt, gibt es verschiedene Beschleunigungswerte.



Beispiel 4

Ein Fahrzeug startet bei $t = 0$ und wird 3 s lang mit $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ beschleunigt. Dann fährt es 5 s lang gleichförmig weiter, wird dann 4 s lang mit $a = 0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ abgebremst. Dann fährt es weitere 3 s lang gleichförmig und wird dann auf einer Strecke von 12 m zum Halten gebracht. Zeichne ein a-t-Diagramm, ein v-t-Diagramm und ein s-t-Diagramm.

Lösung:

Teilbewegung 1: Von $t=0$ bis $t = 3\text{s}$:

$$a_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad v(0\text{s}) = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v(3\text{s}) = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3\text{s} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$s(3\text{s}) = \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (3\text{s})^2 = 9 \text{ m}$$

Teilbewegung 2: Von $t = 3\text{s}$ bis $t = 8\text{s}$: $a_2 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $v_2 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ konstant

$$\Delta s = v_2 \cdot \Delta t = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5\text{s} = 30 \text{ m} \quad s(8\text{s}) = s(3) + 30\text{m} = 39 \text{ m} \quad (\text{Wegmarke})$$

Teilbewegung 3: Von $t = 8\text{s}$ bis $t = 12\text{s}$:

$$a_3 = -0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad v(8\text{s}) = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v(12\text{s}) = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4\text{s} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$s(12\text{s}) = s(8) + 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4\text{s} - \frac{1}{2} \cdot 0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (4\text{s})^2 = 39\text{m} + 24\text{m} - 6\text{m} = 57\text{m}$$

Teilbewegung 4: Von $t = 12\text{s}$ bis $t = 15\text{s}$: Gleichförmige Bewegung, also

$$a_4 = 0, \quad v_4 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad 3\text{s lang konstant bis } v(15\text{s}) = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Zurückgelegte Wegstrecke in 3s:} \quad \Delta s = v_4 \cdot \Delta t = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3\text{s} = 9\text{m}$$

$$\text{Wegmarke:} \quad s(15\text{s}) = s(12\text{s}) + \Delta s = 57\text{m} + 9\text{m} = 66\text{m}$$

Teilbewegung 5: Von $v(15\text{s}) = v_4 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ wird das Fahrzeug auf $\Delta s = 12\text{m}$ zum Halten gebracht.

Aus der umgekehrten Bewegung berechnet man die Bremsverzögerung:

$$v_4 = \sqrt{2a_5\Delta s} \Rightarrow a_5 = \frac{v_4^2}{2\Delta s} = \frac{9 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{24\text{m}} = 0,375 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

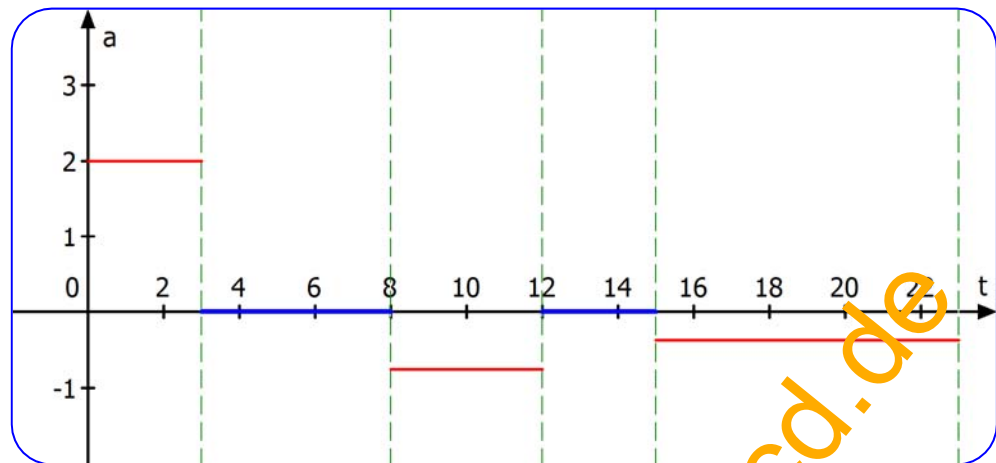
Für das Diagramm wird diese Bremsverzögerung negativ: $a_5 = -0,375 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$$\text{Und die Bremsdauer folgt aus:} \quad a_5 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta v}{a_5} = \frac{3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,375 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 8\text{s}$$

Also endet die 5. Teilbewegung bei $t = 23 \text{ s}$

$$\text{bei der Wegmarke } s(23) = 66\text{m} + 12\text{m} = 78\text{m}$$

a-t-Diagramm:

Erklärung: $0 \leq t \leq 3s$:

$$a(t) = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

 $3s \leq t \leq 8s$:

$$a(t) = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

 $8s \leq t \leq 12s$:

$$a(t) = -0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

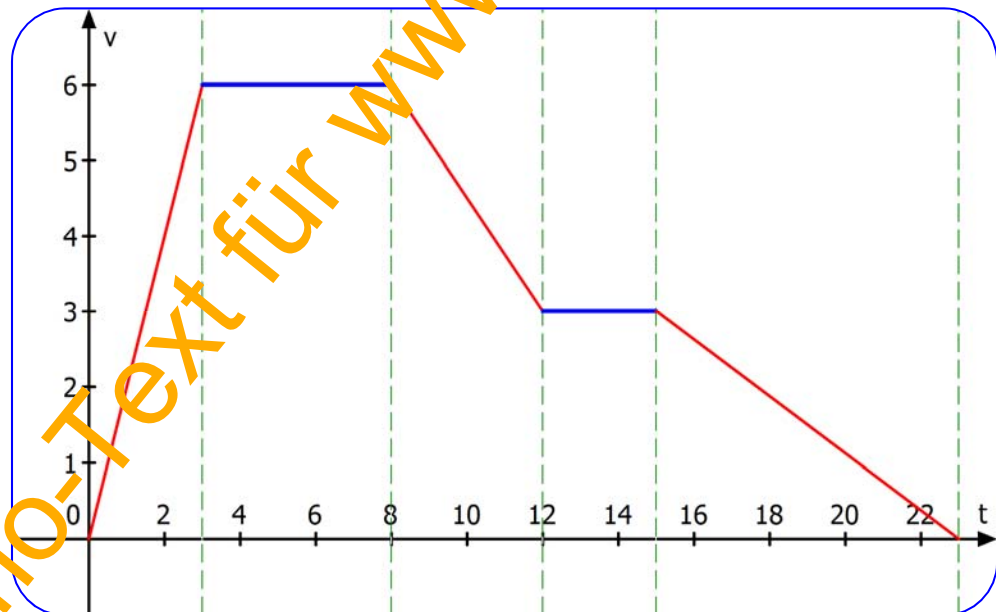
 $12s \leq t \leq 15s$:

$$a(t) = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ konstant}$$

 $15s \leq t \leq 23s$:

$$a(t) = \frac{3}{8} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

v-t-Diagramm:

Erklärung: $0 \leq t \leq 3s$:

$$v(t) = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t$$

 $3s \leq t \leq 8s$:

$$v(t) = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ konstant}$$

 $8s \leq t \leq 12s$:

$$v(t) = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (t - 8s)$$

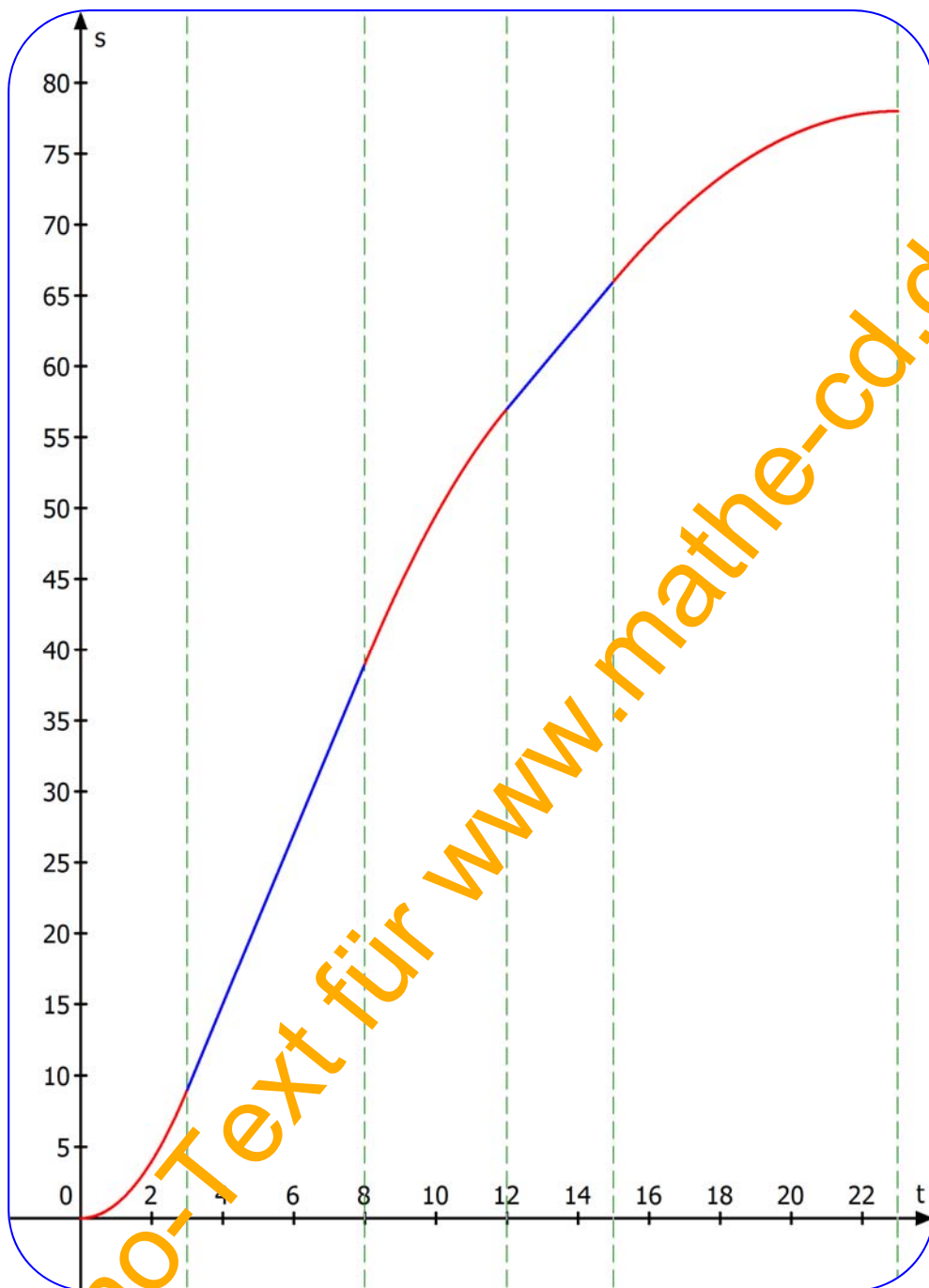
 $12s \leq t \leq 15s$:

$$v(t) = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ konstant}$$

 $15s \leq t \leq 23s$:

$$v(t) = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} - \frac{3}{8} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (t - 15s)$$

s-t-Diagramm:

Erklärung: $0 \leq t \leq 3$ s :

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

 $3 \text{ s} \leq t \leq 8 \text{ s} :$

$$s(t) = 9 \text{ m} + 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (t - 3 \text{ s}) \quad \text{linear, gleichförmig}$$

 $8 \text{ s} \leq t \leq 12 \text{ s} :$

$$v(t) = 39 \text{ m} + 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} (t - 8 \text{ s}) - \frac{1}{2} \cdot 0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (t - 8 \text{ s})^2$$

 $12 \text{ s} \leq t \leq 15 \text{ s} :$

$$s(t) = 57 \text{ m} + 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} (t - 12 \text{ s}) \quad \text{konstante Geschwindigkeit}$$

 $15 \text{ s} \leq t \leq 23 \text{ s} :$

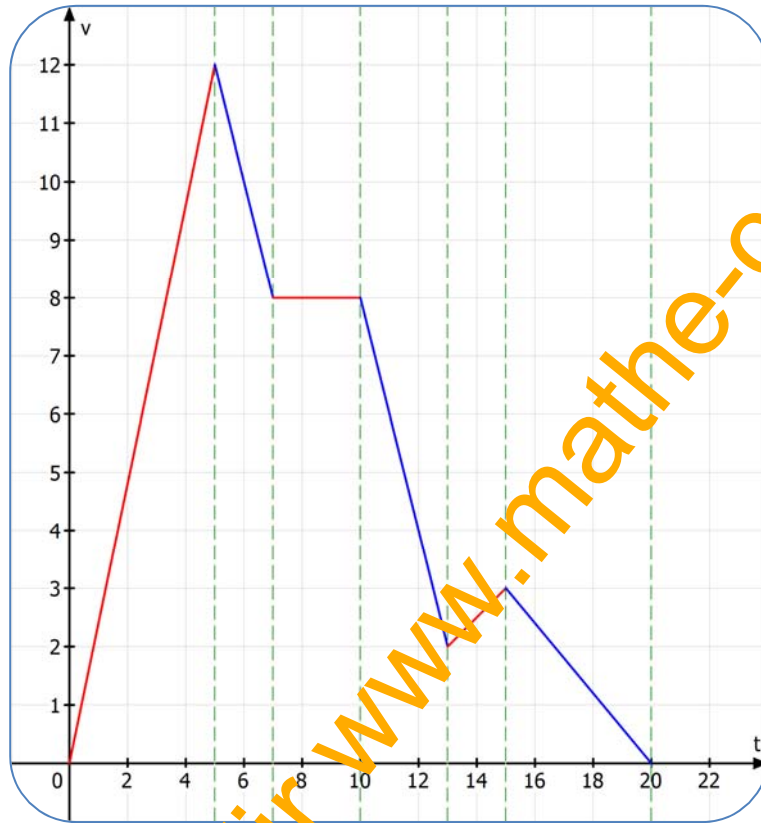
$$s(t) = 66 \text{ m} + 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} (t - 15 \text{ s}) - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (t - 15 \text{ s})^2$$

Zur Wegmarke werden der gleichförmige und der beschleunigte Anteil des Wegs addiert.

Beispiel 5

Von einer Bewegung ist das v-t-Diagramm gegeben. Analysiere es, d.h. gib die Daten der Teilbewegungen an. Erstelle ein a-t-Diagramm und ein s-t-Diagramm.

Dazu sei noch angegeben, dass die Bewegung bei $s = 0$ startet.



1. Teilbewegung: Von $t = 0$ bis $t = 5$ s liegt eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung vor.

mit $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \text{ s}} = 2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (Steigung!). $v(t) = 2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t$ und $s(t) = 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$

Die Endgeschwindigkeit ist $v(5\text{s}) = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

und das Fahrzeug erreicht $s(5\text{s}) = \frac{1}{2} \cdot 2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5\text{s})^2 = 1,2 \cdot 25 \text{ m} = 30 \text{ m}$.

2. Teilbewegung: Von $t = 5$ s bis $t = 7$ s liegt eine gleichmäßig gebremste Bewegung vor

mit $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ s}} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

v-t-Funktion: $v(t) = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (t - 5\text{s})$

Die Endgeschwindigkeit ist $v(7\text{s}) = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2\text{s} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

s-t-Funktion: $s(t) = 30\text{m} + 12 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (t - 5\text{s}) - \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (t - 5\text{s})^2$

Nach $t = 7\text{s}$: $s(7\text{s}) = 30\text{m} + 12 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2\text{s} - \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2\text{s})^2 = 30\text{m} + 24\text{m} - 4\text{m} = 50\text{m}$

3. Teilbewegung: Von $t = 7 \text{ s}$ bis $t = 10 \text{ s}$ liegt eine gleichförmige Bewegung vor:

$a = 0$ und v bleibt konstant: $v(t) = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. In dieser Zeit legt das Fahrzeug die Strecke

$$\Delta s = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3 \text{ s} = 24 \text{ m} \text{ zurück. Es erreicht dann die Stelle } s(10 \text{ s}) = 50 \text{ m} + 24 \text{ m} = 74 \text{ m}.$$

Oder mit der Funktion der gleichförmigen Bewegung: $s(t) = 50 \text{ m} + 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (t - 7)$

4. Teilbewegung: Von $t = 10 \text{ s}$ bis $t = 13 \text{ s}$ liegt eine gleichmäßig gebremste Bewegung vor.

$$\text{mit } a_4 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \text{ s}} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

$$v\text{-t-Funktion: } v(t) = v(10 \text{ s}) + a_4 \cdot (t - 10 \text{ s})$$

$$s\text{-t-Funktion: } s(t) = s(10 \text{ s}) + v(10 \text{ s}) \cdot (t - 10 \text{ s}) + \frac{1}{2} \cdot a_4 \cdot (t - 10 \text{ s})^2$$

Zum Zeitpunkt $t = 13 \text{ s}$ ist dann die Momentangeschwindigkeit

$$v(13 \text{ s}) = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (13 \text{ s} - 10 \text{ s}) = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{und } s(13 \text{ s}) = 74 \text{ m} + 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (13 \text{ s} - 10 \text{ s}) - 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (13 \text{ s} - 10 \text{ s})^2 = 74 \text{ m} + 24 \text{ m} - 9 \text{ m} = 89 \text{ m}$$

5. Teilbewegung: Von $t = 13 \text{ s}$ bis $t = 15 \text{ s}$ liegt eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung vor.

$$\text{mit } a_5 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ s}} = \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

$$v\text{-t-Funktion: } v(t) = v(13 \text{ s}) + a_5 \cdot (t - 13 \text{ s})$$

$$s\text{-t-Funktion: } s(t) = s(13 \text{ s}) + v(13 \text{ s}) \cdot (t - 13 \text{ s}) + \frac{1}{2} \cdot a_5 \cdot (t - 13 \text{ s})^2$$

Zum Zeitpunkt $t = 15 \text{ s}$ ist dann die Momentangeschwindigkeit

$$v(15 \text{ s}) = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} + \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (15 \text{ s} - 13 \text{ s}) = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{und } s(15 \text{ s}) = 89 \text{ m} + 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (15 \text{ s} - 13 \text{ s}) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (15 \text{ s} - 13 \text{ s})^2 = 89 \text{ m} + 4 \text{ m} + 1 \text{ m} = 94 \text{ m}$$

6. Teilbewegung: Von $t = 15 \text{ s}$ bis $t = 20 \text{ s}$ liegt eine gleichmäßig gebremste Bewegung vor.

$$\text{mit } a_6 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \text{ s}} = -0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

$$v\text{-t-Funktion: } v(t) = v(15 \text{ s}) + a_6 \cdot (t - 15 \text{ s})$$

$$s\text{-t-Funktion: } s(t) = s(15 \text{ s}) + v(15 \text{ s}) \cdot (t - 15 \text{ s}) + \frac{1}{2} \cdot a_6 \cdot (t - 15 \text{ s})^2$$

Zum Zeitpunkt $t = 20 \text{ s}$ ist dann die Momentangeschwindigkeit

$$v(20 \text{ s}) = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (20 \text{ s} - 15 \text{ s}) = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{Es hält (siehe Diagramm!)}$$

$$\text{und } s(20 \text{ s}) = 94 \text{ m} + 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (20 \text{ s} - 15 \text{ s}) - \frac{1}{2} \cdot 0,6 \cdot (20 \text{ s} - 15 \text{ s})^2 = 94 \text{ m} + 15 \text{ m} - 7,5 \text{ m} = 101,5 \text{ m}$$

a-t-Diagramm:

$$0 \leq t \leq 5\text{s} : \quad a(t) = 2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

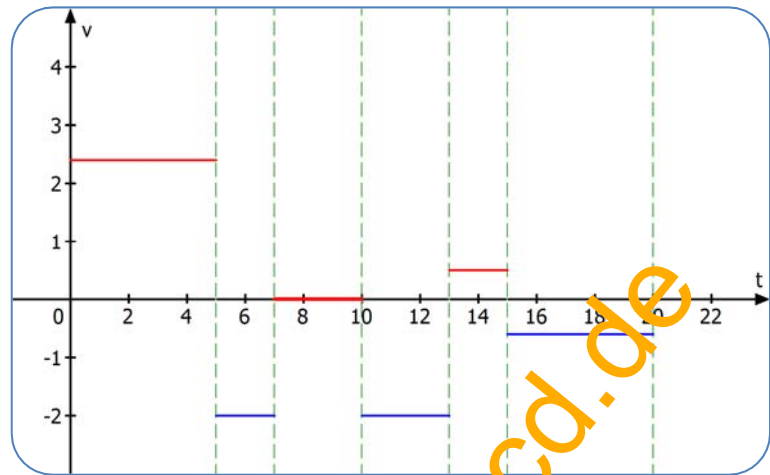
$$5\text{s} \leq t \leq 7\text{s} : \quad a(t) = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$7\text{s} \leq t \leq 10\text{s} : \quad a(t) = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$10\text{s} \leq t \leq 13\text{s} : \quad a(t) = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$13\text{s} \leq t \leq 15\text{s} : \quad a(t) = \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$15\text{s} \leq t \leq 20\text{s} : \quad a(t) = -0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



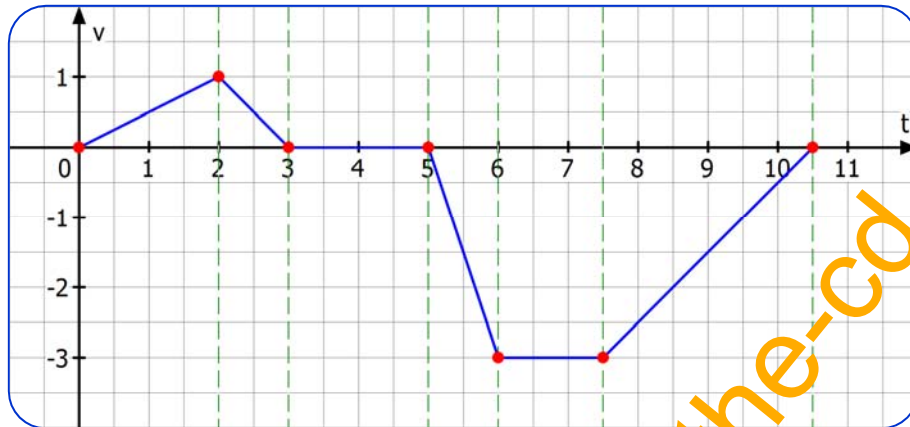
s-t-Diagramm



Leider fehlen rechts 2 Sekunden. Die liefert mein Grafikprogramm nicht mehr ☹

Beispiel 6

Gegeben ist ein v-t-Diagramm. Erstelle dazu das passende a-t-Diagramm und das s-t-Diagramm. t in Minuten, s in m.

**Lösung:**

Von 0 min bis 2 min: Gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit $a_1 = \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{min}^2}$

aus der Ruhe heraus bis $v_2 = 1 \frac{\text{m}}{\text{min}}$.

s-t-Funktion: $s(t) = \frac{1}{2} a_1 t^2$ also $s(t) = \frac{1}{4} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$

Nach 2 min: $s(2 \text{ min}) = 1 \text{ m}$

Das Fahrzeug befindet sich dann im Zustandspunkt $P_2(2 \text{ min} \mid 1 \text{ m})$.

Von 2 min bis 3 min: Gleichmäßig verzögerte Bewegung mit $a = -1 \frac{\text{m}}{\text{min}^2}$.

Wegen $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta v = a \cdot \Delta t = 1 \frac{\text{m}}{\text{min}^2} \cdot 1 \text{ min} = 1 \frac{\text{m}}{\text{min}}$ nimmt dabei v von

$1 \frac{\text{m}}{\text{min}}$ auf $0 \frac{\text{m}}{\text{min}}$ ab, d.h. das Fahrzeug fährt noch eine Minute und hält dann.

s-t-Funktion: $s(t) = 1 \text{ m} + 1 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot (t - 2 \text{ min}) - \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{min}^2} \cdot (t - 2 \text{ min})^2$

$s(3 \text{ min}) = 1 \text{ m} + 1 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot 1 \text{ min} - \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{min}^2} \cdot 1 \text{ min}^2 = 1,5 \text{ m}$

Nächster Zustandspunkt $P_3(3 \text{ min} \mid 1,5 \text{ m})$

Von 3 min bis 5 min ist $a = 0$, das Fahrzeug führt also eine gleichförmige Bewegung mit

$v(3 \text{ min}) = 0 \frac{\text{m}}{\text{min}}$ durch. das heißt: Es hält.

Also verändert sich auch der Ort nicht.

Zustandspunkt nach 5 Minuten: $P_5(5 \text{ min} \mid 1,5 \text{ m})$.

Von 5 min bis 6 min wird aus der Ruhe heraus mit $a_6 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-3 \frac{\text{m}}{\text{min}}}{1 \text{ min}} = -3 \frac{\text{m}}{\text{min}^2}$ beschleunigt.

Da das Fahrzeug bei $t = 5 \text{ min}$ hält, fährt es also 1 Minute lang rückwärts:

$$\Delta s = \frac{1}{2} |a_6| \Delta t^2 = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{min}^2} \cdot 1 \text{ min}^2 = 1,5 \text{ m}.$$

Das Fahrzeug befindet sich nach 6 Minuten im

Zustandspunkt $P_6 (6 \text{ min} | 0 \text{ m})$.

Oder so: Die Parabelgleichung für das s-t-Diagramm im Intervall $[5 \text{ min}; 6 \text{ min}]$ ist:

$$s(t) = s(5 \text{ min}) - \frac{1}{2} a_6 \cdot (t - 5 \text{ min})^2 \quad \text{also}$$

$$s(t) = 1,5 \text{ m} - \frac{1}{2} 3 \frac{\text{m}}{\text{min}^2} \cdot (t - 5 \text{ min})^2$$

$$s(6 \text{ min}) = 1,5 \text{ m} - \frac{3}{2} \frac{\text{m}}{\text{min}^2} 1 \text{ min}^2 = 0 \text{ m}$$

Von 6 min bis 7,5 min ist $a = 0$, d.h. das Fahrzeug fährt gleichförmig weiter mit

$$v(t = 6 \text{ min}) = -3 \frac{\text{m}}{\text{min}} \quad \text{also rückwärts}$$

Es legt daher in 1,5 Minuten $\Delta s = 3 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot 1,5 \text{ min} = 4,5 \text{ m}$ zurück

und befindet sich dann im Zustandspunkt $P_{7,5} (7,5 \text{ min} | -4,5 \text{ m})$.

Von 7,5 min bis 10,5 min wird gleichmäßig beschleunigt, denn v nimmt in 3 Minuten um

$$3 \frac{\text{m}}{\text{min}} \text{ zu: } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3 \frac{\text{m}}{\text{min}}}{3 \text{ min}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{min}^2}$$

Zum Zeitpunkt 10,5 min ist $v_{10} = 0$, d.h. am Ende hält das Fahrzeug.

Wo befindet es sich dann?

Bewegungsgleichung:

$$s(t) = -4,5 \text{ m} - 3 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot (t - 7,5) + \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{min}^2} \cdot (t - 7,5)^2$$

$$s(10,5 \text{ min}) = -4,5 \text{ m} - 3 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot (10,5 - 7,5) \text{ min} + \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{min}^2} \cdot (10,5 - 7,5 \text{ min})^2$$

$$s(10,5 \text{ min}) = -4,5 \text{ m} - 3 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot 3 \text{ min} + \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{min}^2} \cdot 9 \text{ min}^2 = -9 \text{ m}$$

Das Fahrzeug fährt also rückwärts immer langsamer bis es nach 9 m zum Halten kommt.

Letzter Zustandspunkt: $P_{10,5} = (10,5 \text{ min} | -9 \text{ m})$

Hier das a-t-Diagramm:

$$0 \leq t \leq 2 \text{ min : } a(t) = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{min}^2}$$

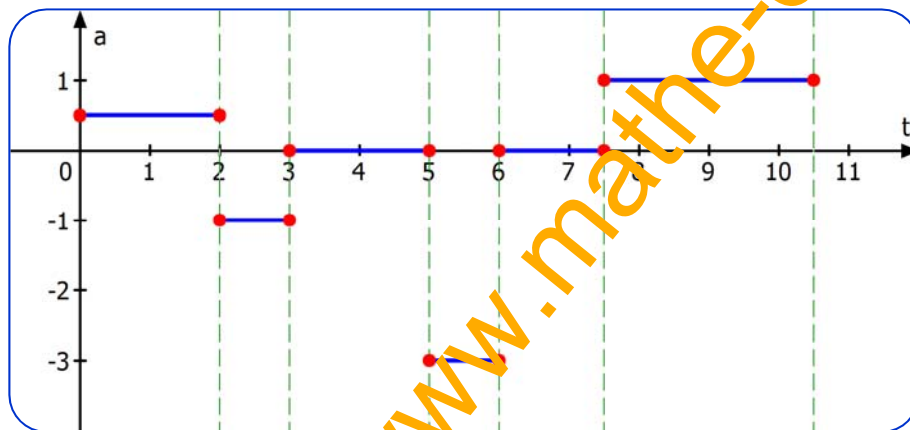
$$2 \text{ min} \leq t \leq 3 \text{ min : } a(t) = -1 \frac{\text{m}}{\text{min}^2}$$

$$3 \text{ min} \leq t \leq 5 \text{ min : } a(t) = 0 \frac{\text{m}}{\text{min}^2}$$

$$5 \text{ min} \leq t \leq 6 \text{ min : } a(t) = -3 \frac{\text{m}}{\text{min}^2}$$

$$6 \text{ min} \leq t \leq 7,5 \text{ min : } a(t) = 0 \frac{\text{m}}{\text{min}^2}$$

$$7,5 \text{ min} \leq t \leq 10,5 \text{ min : } a(t) = 1 \frac{\text{m}}{\text{min}^2}$$



Das s-t-Diagramm:

